

阜新高等专科学校单独招生考试 《文化素质（数学）》复习参考题

A 组题

一、单项选择题（请选出下列各题中最符合题意的一个答案，并将其字母填入答题纸内）

1. 若集合 $S = \{-1, 0, 1\}$, 则 ()

A. $0 \in S$ B. $1 \notin S$ C. $2 \in S$

2. 若集合 $S = \{-1, 0, 1\}$, 则 ()

A. $2 \in S$ B. $1 \notin S$ C. $-1 \in S$

3. 若集合 $S = \{a, b, c\}$, 则 ()

A. $a \in S$ B. $b \notin S$ C. $d \in S$

4. 30° _____ 弧度 ()

A. π B. $\frac{1}{2}\pi$ C. $\frac{\pi}{6}$

5. $90^\circ =$ _____ 弧度 ()

A. π B. $\frac{1}{2}\pi$ C. 2π

6. $60^\circ =$ _____ 弧度 ()

A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{1}{2}\pi$ C. 2π

7. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_2 = 4$ 则 $a_3 =$ ()

A. 7 B. 8 C. $\frac{1}{2}$

8. 等差数列 $\{a_n\}$ 中 $a_1 = 2$, $a_2 = 5$ 则 $a_4 =$ ()

A. 7 B. 11 C. 9

9. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = -5$, $a_2 = -1$ 则 $a_3 =$ ()

- A. 3 B. 8 C. $\frac{1}{2}$

10. $\sin\frac{\pi}{6}$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. $\cos\frac{\pi}{4}$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. $\cos\frac{\pi}{3}$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

13. $\log_2 16 =$ ()

- A. 2 B. 3 C. 4

14. $\log_3 27$ ()

- A. 2 B. 3 C. 4

15. $\log_3 81 =$ ()

- A. 2 B. 3 C. 4

16. 已知: $\sin\alpha < 0$, $\cos\alpha > 0$ 则角 α 是 ()

- A. 第三象限角 B. 第二象限角 C. 第四象限角

17. 已知: $\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha < 0$ 则角 α 是 ()

- A. 第三象限角 B. 第二象限角 C. 第四象限角

18. 已知: $\tan \alpha < 0$, $\cos \alpha > 0$ 则角 α 是 ()
A. 第三象限角 B. 第二象限角 C. 第四象限角
19. 直线 $y = -x - 1$ 的倾斜角为 ()
A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{3\pi}{4}$
20. 直线 $y = x + 5$ 的倾斜角为 ()
A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$
21. 实数 2 与 18 的等差中项为 ()
A. 10 B. ± 6 C. 6
22. 实数 2 与 16 的等差中项为 ()
A. 4 B. ± 4 C. 9
23. 实数 4 与 16 的等比中项为 ()
A. -8 B. ± 8 C. 8
24. 实数 3 与 12 的等比中项为 ()
A. 7.5 B. ± 6 C. 6
25. 已知正方体的边长是 4, 则正方体的体积为 ()
A. 64 B. 8 C. 27
26. 已知正方体的边长是 3, 则正方体的体积 ()
A. 1 B. 8 C. 27
27. 已知角 A 为第一象限角, $\cos A = \frac{4}{5}$, 则 $\sin A =$ ()

A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$

28. 已知角 A 为第二象限角, $\sin A = \frac{3}{5}$, 则 $\cos A =$ ()

A. $-\frac{2}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$

29. 不等式 $|x| < 2$ 的解集是 ()

A. $\{x | -2 < x < 2\}$ B. $\{x | x > 2 \text{ 或 } x < -2\}$ C. $\{x | x < 2\}$

30. 不等式 $|x| > 3$ 的解集是 ()

A. $\{x | x < -3\}$ B. $\{x | x > 3 \text{ 或 } x < -3\}$ C. $\{x | x > 3\}$

31. 下列函数为奇函数的是 ()

A. $y = x^4$ B. $y = \frac{1}{x^3}$ C. $y = 4x + 5$

32. 下列函数为奇函数的是 ()

A. $y = \frac{1}{x^4}$ B. $y = x^3$ C. $y = 4x + 5$

33. 设 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3-2x}}$, 则 $f(1) =$ ()

A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{2}$

34. 设 $f(x) = \frac{8}{\sqrt{3+2x}}$, 则 $f\left(\frac{1}{2}\right) =$ _____ ()

A. 2 B. 1 C. 4

35. 下列函数为偶函数的是 ()

A. $y = 3x^4$ B. $y = 7x$ C. $y = 2x + 1$

36. 下列函数为偶函数的是 ()

A. $y = -x^2$ B. $y = \frac{1}{x}$ C. $y = 2x + 1$

37. 设 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-1}}$, 则 $f(\frac{2}{3}) =$ ()

- A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{2}$

38. 若角 α 终边上一点 $P(-5, -12)$, 则 $\cos\alpha$ 的值为 ()

- A. $-\frac{12}{13}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $-\frac{5}{13}$

39. 若角 α 终边上一点 $P(12, -5)$, 则 $\tan\alpha$ 的值为 ()

- A. $-\frac{12}{13}$ B. $-\frac{5}{12}$ C. $-\frac{5}{13}$

40. 若角 α 终边上一点 $P(-5, -12)$, 则 $\sin\alpha$ 的值为 ()

- A. $-\frac{12}{13}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $-\frac{5}{13}$

41. 若函数 $y = \sqrt{2-x}$, 则其定义域为 ()

- A. $(-2, +\infty)$ B. $[2, +\infty)$ C. $(-\infty, 2]$

42. 若函数 $y = \sqrt{x+1}$, 则其定义域为 ()

- A. $[-1, +\infty)$ B. $[1, +\infty)$ C. $(-\infty, 1]$

43. $4x^2 - 12x + 9 \leq 0$ 的解集是 ()

- A. $\{x \mid x = \frac{3}{2}\}$ B. \emptyset C. \mathbb{R}

44. 以下四个关系: $\phi \in \{0\}$, $0 \in \phi$, $\phi \subseteq \{0\}$, $\phi \subsetneq \{0\}$, 其中正确个数是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

45. $\frac{1 - \tan 15^\circ}{1 + \tan 15^\circ}$ 的值为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

55. 圆柱的母线长为 5, 底面半径为 2, 则圆柱的轴截面的面积为 ()

- A 20 B 10 C 40 D 50

56. $1+3+5+\dots+(2n+3)=$ ()

- A. $(n+2)^2$ B. n^2 C. $(n-1)^2$ D. $(n+1)^2$

57. $x^2 - 4 = 0$ 是 $x + 2 = 0$ 的 ()

- A 充分不必要条件 B 必要不充分条件
C 充要条件 D 以上都不对

58. 若全集 $U = \{ \text{小于 5 的正整数} \}$, 集合 $M = \{1, 2\}$, 集合 $N = \{2, 3\}$,

则 $M \cup N$ 在 U 中的补集为 ()

- A、 $\{1, 2, 3\}$ B、 $\{2, 3\}$ C、 $\{1, 4\}$ D、 $\{4\}$

59. 设命题甲: $x \cdot y = 0$, 命题乙: $x = 0$, 则命题甲是命题乙的 ()

- A、充分不必要条件 B、必要不充分条件
C、充分必要条件 D、既不充分也不必要

60. 函数 $f(x) = -4x^2$ 在 R 上是 ()

- A、减函数 B、增函数 C、偶函数 D、奇函数

61. 两条直线 $3x+4y=5$ 和 $6x+8y=10$ 的位置关系式 ()

- A、相交 B、平行 C、重合 D、垂直

62. 若 $\{a_n\}$ 是等比例数列, 且 $a_2 \cdot a_6 = 16$, 则 $a_4 =$ ()

- A、4 B、-4 C、8 D、 ± 4

63. 若 $\vec{a} = (2, -1)$, $\vec{b} = (x, 2)$, 且 $\vec{a} \perp (\vec{a} + \vec{b})$, 则 $x =$ ()

- A、 $-\frac{1}{2}$ B、 $\frac{1}{2}$ C、 $-\frac{3}{2}$ D、 $\frac{3}{2}$

64. 设 $\sin \theta \cdot \tan \theta > 0$, 则 $\sqrt{1 - \sin^2 \theta} =$ ()
A、 $\cos \theta$ B、 $-\cos \theta$ C、 $\pm \cos \theta$ D、 $\tan \theta$
65. 下列直线与 $2x - 3y + 5 = 0$ 平行的是 ()
A、 $4x - 6y - 5 = 0$ B、 $3x - 2y - 4 = 0$
C、 $2x + 3y - 4 = 0$ D、 $4x + 6y + 5 = 0$
66. 已知 $\log_2^5 = m$, $\log_2^3 = n$, 则 $2^{m+n} =$ ()
A、5 B、8 C、10 D、15
67. 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_3 + a_4 = 6$, 则 $a_1 + a_6 =$ ()
A、12 B、10 C、8 D、6
68. 已知圆心在点 $C(1, -3)$, 半径为 2 的圆的标准方程是 ()
A、 $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 2$ B、 $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 2$
B、 $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ D、 $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$
69. 设函数 $f(x) = x^2 - ax + 3$, 且 $f(3) = 6$, 则 $f(x)$ 的最小值是 ()
A、1 B、2 C、3 D、4
70. 若平面 $\alpha //$ 平面 β , 直线 $m \subseteq$ 平面 α , 直线 $n \subseteq$ 平面 β , 那么直线 m, n 的位置关系是 ()
A、平行 B、异面 C、平行或异面 D、相交
71. 车上有 6 个座位, 4 名乘客就座, 则不同的坐法种数是 ()
A、 A_6^4 B、 6^4 C、 C_6^4 D、 4^6
72. 抛掷一颗骰子, 掷出的点数为奇数或 2 的概率是 ()
A、 $\frac{2}{3}$ B、 $\frac{1}{2}$ C、 $\frac{1}{3}$ D、 $\frac{1}{6}$

二、填空题

1. $\{a,b\} \cap \{a,c\} =$ _____
2. $\{2,3\} \cap \{2,4\} =$ _____
3. 数列 2,5,8……的前五项和为 _____
4. 数列 -1,2,5……的前五项和为 _____
5. 函数 $y = \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的最小正周期是 _____
6. 函数 $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的最小正周期是 _____
7. 函数 $y = \cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的最小正周期是 _____
8. 若 $\log_2 x = 5$, 则 $x =$ _____
9. 若 $\log_4 x = 2$, 则 $x =$ _____
10. 若 $\log_3 x = 2$, 则 $x =$ _____
11. 已知: $\cot \alpha = 3$, 则 $\frac{2\cot \alpha - 4}{\cot \alpha + 1} =$ _____
12. 已知: $\tan \alpha = 2$, 则 $\frac{\tan \alpha + 1}{5 - \tan \alpha} =$ _____
13. 已知: $\tan \alpha = 2$, 则 $\frac{\tan \alpha + 1}{6 + \tan \alpha} =$ _____
14. 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 之间, 与 780° 角的终边相同的角是 _____
15. 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 之间, 与 400° 角终边相同的角是 _____
16. 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 之间, 与 800° 角终边相同的角是 _____
17. 若复数 $z = -3 + 5i$, 则复数的虚部为 _____
18. 若复数 $z = 12 + 3i$, 则实部为 _____

19. 若复数 $z_1 = 3 + 6i$, $z_2 = -3 + 2i$, 则 $z_1 - z_2 =$ _____
20. 若复数 $z_1 = 7 - 2i$, $z_2 = -3 + 5i$, 则 $z_1 + z_2 =$ _____
21. 若圆的标准方程为 $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 16$, 则直径为 _____
22. 若圆的标准方程为 $x^2 + y^2 = 3$, 则直径为 _____
23. 若圆的标准方程为 $(x+1)^2 + y^2 = 16$, 则圆面积为 _____
24. 数列 $\frac{1}{1 \times 2}, \frac{1}{2 \times 3}, \frac{1}{3 \times 4}, \frac{1}{4 \times 5}, \dots$ 的第 n 项为 _____
25. 数列 $\frac{1}{1}, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \dots$ 的第 n 项为 _____
26. 数列 $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \dots$ 的第 n 项为 _____
27. 函数 $y = x^2 + 4x - 5$ 的图像与 y 轴的交点坐标是 _____
28. 函数 $y = x^2 + 4x - 5$ 的图像与 x 轴的交点坐标是 _____
29. 已知 $a > 0$, $b > 0$, 则 $(a + \frac{1}{a})(b + \frac{1}{b}) \geq$ _____
30. 双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的离心率为 _____
31. 已知向量 \vec{a} , \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 4$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 _____
32. 圆 $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ 上的点到直线 $x - y = 2$ 的距离最大值是 _____
33. 直线 $ax + 2y - 1 = 0$ 与直线 $2x - 3y - 1 = 0$ 垂直, 则实数 $a =$ _____
34. 用“充分条件”, “必要条件”或“充要条件”填空:
 x 是自然数是 x 是整数的 _____
35. 已知椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$, 则它的焦点坐标为 _____
36. 对某一次函数, 当 $x = -2$ 时, $y = 0$, 当 $x = 1$ 时, $y = 3$, 则这个一次函数是 _____.

37. 一栋楼房有 4 个单元，甲乙两人住在此楼内，则甲乙两人同住一个单元的概率为_____.
38. $2\cos^2\frac{\pi}{12}-1$ 的值为_____
39. 已知 $a>0, b>0$ ，则 $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geq$ _____
40. 有一种电子产品，它可以正常使用的概率为 0.992，则它不能正常使用的概率是_____。
41. $\log_4 8+\log_4 2-\left(\frac{1}{4}\right)^0 =$ _____
42. 若 $\{a_n\}$ 为等差数列，且 $a_3+a_5+a_{10}+a_{12}=64$ ，则 $a_7+a_8 =$ _____
43. 设 $\vec{a}=(-9,-3)$ ， $\vec{b}=(-3,11)$ ，则 $\vec{a}\cdot\vec{b} =$ _____
44. 计算 $\sin(-150^\circ)\cdot\cos(-420^\circ)\cdot\tan 225^\circ$ 的结果是_____
45. 已知 $\triangle ABC$ 的内角为 A, B, C ，其对边分别是 a, b, c ，且 $b=3, c=2, A=60^\circ$ ，则 $a =$ _____
46. 以点 $A(-5,4)$ 为圆心，且与 x 轴相切的圆的标准方程是_____
47. 函数 $f(x)=-4\sin\left(4x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的最大值是_____
48. $\sin 15^\circ\cdot\cos 15^\circ$ 的值是_____
49. 在空间通过直线外一点与这条直线垂直的直线有_____条
50. 二项式 $\left(x-\frac{2}{x}\right)^6$ 展开式中的第四项是_____
51. 从 3、4、5、6、7、8 六个数字中任取两个数，则取出的两个数都是偶数的概率为_____

52. 直线 $x+3y-6=0$ 与坐标轴围成的三角形的面积是 _____
53. 集合 $A=\{1, 2\}$, $B=\{1, 2, 3\}$, $C=\{2, 3, 4\}$, 则 $(A \cap B) \cup C =$ _____
54. 已知 $f(x)=x^2$, 则 $f(x+1) =$ _____
55. $x^2+4x+5 > 0$ 的解集是_____
56. 函数 $f(x) = \sqrt{x}$ 的单调区间是 _____

三、解答题

1. 已知: 设全集为实数集 R , $A = \{x|-3 < x \leq 5\}$, $B = \{x|x \leq 3\}$, $C = \{x|x > -1\}$
求: $A \cap B$, $A \cup B$, $A \cap B \cap C$
2. 已知: 设全集为实数集 R , $A = \{x|2 < x < 7\}$, $B = \{x|x > 3\}$, $C = \{x|x \leq 4\}$
求: $A \cap B$, $A \cup B$, $A \cap B \cap C$
3. 已知: 等差数列 $-2, 2, 6, \dots$.
求: (1) 通项公式 a_n ;
(2) 公差 d ;
(3) 第9项 a_9 ;
(4) 前9项的和 S_9
4. 已知: 等比数列 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$
求: (1) 通项公式 a_n ;
(2) 公比 q ;
(3) 第9项 a_9 ;
(4) 前6项的和 S_6

5. 已知：等差数列 $-3, 2, 7, \dots$.

求：(1) 通项公式 a_n ;

(2) 公差 d ;

(3) 第8项 a_8 ;

(4) 前8项的和 S_8

6. 已知：等比数列 $1, 3, 9, 27, \dots$

求：(1) 通项公式 a_n ;

(2) 公比 q ;

(3) 第9项 a_9 ;

(4) 前6项的和 S_6

7. 求 $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x-5}$ 的定义域。

8. 已知等差数列 $10, 7, 4, \dots, -56$ 是不是这个数列的项？如果是，是第几项？

9. 计算： $\sqrt{(\log_2 5)^2 - 4 \log_2 5 + 4} + \log_2 \frac{1}{5}$

10. 已知球的大圆周长为 16π cm，求这个球的表面积

11. 两圆 $x^2 + y^2 = 1$ 和 $(x+4)^2 + (y-a)^2 = 25$ 相切，求常数 a

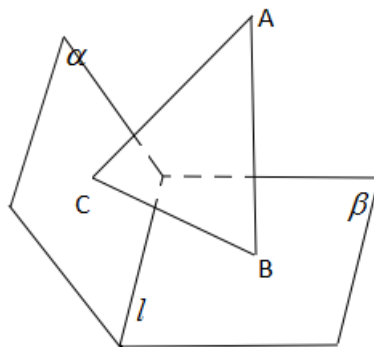
12. P 为圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上的动点，求点 P 到直线 $3x - 4y - 10 = 0$ 的距离的最小值

13. 求函数 $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(3x-2)}$ 的定义域是

14. 设 $f(x) = \begin{cases} x-2, & (x \geq 10) \\ f[f(x+6)], & (x < 10) \end{cases}$ 求 $f(5)$ 的值

15. 已知 $f(x) = x \left(\frac{1}{2^x - 1} + \frac{1}{2} \right) (x \neq 0)$ ，判断 $f(x)$ 的奇偶性；

16. 已知向量 $\vec{a} = (-2, 1)$, $\vec{b} = (3, -4)$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{c} = -1, \vec{b} \cdot \vec{c} = 9$, 求 \vec{c} 的坐标
17. 已知椭圆过抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点, 且与双曲线 $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ 有相同的焦点, 求椭圆的方程
18. 如图, A 是二面角 $\alpha - l - \beta$ 内一点, $AC \perp \alpha$, C 是垂足; $AB \perp \beta$, B 是垂足, 求证: $l \perp$ 直线 BC



数学复习参考 A 组题参考答案

一、选择

1-5	ACACB	6-10	AABAA	11-15	BACBC
16-20	CBCCA	21-25	ACBBA	26-30	CBCAB
31-35	BBBCA	36-40	ABCBA	41-45	CAABC
46-50	CBAAD	51-55	BDCCA	56-60	ABDBC
61-65	CDCAA	66-70	DDDBC	71-72	AA

二、填空

1-5	$\{a\}$	$\{2\}$	40	25	$\frac{\pi}{2}$
6-10	π	4π	32	16	9
11-15	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{8}$	60°	40°

16-20	80°	5	12	$6+4i$	$4+3i$		
21-25	8	$2\sqrt{3}$	16π	$\frac{1}{n(n+1)}$	$\frac{1}{n^2}$		
26-30	$\frac{2n-1}{2n}$	(0,-5)		(-5,0),(1,0)	4	$\frac{5}{4}$	
31-35	60°	$1+\sqrt{2}$	3	充分条件		(0,-3), (0,3)	
36-40	$y=x+2$	$\frac{1}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	2	0.008		
41-45	1	32	-6	$-\frac{1}{4}$	$\sqrt{7}$		
46-50	$(x+5)^2 + (y-4)^2 = 16$	4	$\frac{1}{4}$	无数	-160		
51-55	$\frac{1}{5}$	6	{1, 2, 3, 4}	$(x+1)^2$	R		
56	$[0, +\infty)$						

三、解答题

1. $A \cap B = \{x | -3 < x \leq 3\}$

$$A \cup B = \{x | x \leq 5\}$$

$$A \cap B \cap C = \{x | -1 < x \leq 3\}$$

2. $A \cap B = \{x | 3 < x < 7\}$

$$A \cup B = \{x | x > 2\}$$

$$A \cap B \cap C = \{x | 3 < x \leq 4\}$$

3. (1) $a_n = a_1 + (n-1)d = 4n - 6$

(2) $d = 4$

(3) 把 $n = 9$ 代入 (1) 得 $a_9 = 30$

(4) $s_9 = \frac{9(a_1 + a_9)}{2} = \frac{9(-2 + 30)}{2} = 126$

4. (1) $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ 或 $a_n = \frac{1}{2^{n-1}}$
 (2) $q = \frac{1}{2}$
 (3) 把 $n=9$ 代入 (1) 得 $a_9 = \frac{1}{256}$
 (4) $s_6 = \frac{a_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^6}{1-\frac{1}{2}} = \frac{63}{32}$

5. (1) $a_n = a_1 + (n-1)d = 5n - 8$
 (2) $d = 5$
 (3) 把 $n=8$ 代入 (1) 得 $a_8 = 32$
 (4) $s_8 = \frac{8(a_1 + a_8)}{2} = \frac{8(-3 + 32)}{2} = 116$

6. (1) $a_n = 3^{n-1}$
 (2) $q = 3$
 (3) 把 $n=9$ 代入 (1) 得 $a_9 = 3^8 = 6561$
 (4) $s_6 = \frac{a_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{1-3^6}{1-3} = 364$

7. 由 $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x-5 \neq 0 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq 5 \end{cases}$ 即函数定义域 $\{x | x \geq -3 \text{ 且 } x \neq 5\}$

8. $\because a_1 = 10, d = 7 - 10 = -3,$
 $\therefore a_n = 10 + (n-1) \times (-3),$ 即 $a_n = -3n + 13,$
 由 $-56 = -3n + 13,$ 得 $n = 23,$
 $\therefore -56$ 是这个数列中的项, 是第 23 项.

9. 原式 $= \sqrt{(\log_2 5 - 2)^2} - \log_2 5$
 $= \log_2 5 - 2 - \log_2 5$

$$= -2$$

10. 由 $2\pi R = 16\pi$ 得 $R = 8$,

$$\therefore \text{球的表面积为 } 4\pi R^2 = 256\pi$$

11. 第一个圆圆心为 $(0, 0)$, 半径为 1,

第二个圆圆心为 $(-4, a)$, 半径为 5,

$$\text{由 } \sqrt{(-4)^2 + a^2} = 5 + 1, \text{ 得 } a = \pm 2\sqrt{5}.$$

12. \therefore 圆心 $(0, 0)$ 到直线的距离,

$$\text{得 } d = \frac{|-10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

\therefore 圆与直线相离

\therefore P 到直线距离的最小值为 $d - R = 2 - 1 = 1$

13. 由 $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 2) \geq 0$, 得 $0 < 3x - 2 \leq 1$,

$$\text{即 } \frac{2}{3} < x \leq 1,$$

\therefore 定义域是 $\left(\frac{2}{3}, 1\right]$

14. $f(5) = f[f(11)] = f(9) = f[f(15)] = f(13) = 11$

$$15. \quad \therefore f(x) = x \left(\frac{1}{2^x - 1} + \frac{1}{2} \right) = \frac{x \cdot 2^x + 1}{2 \cdot 2^x - 1},$$

$$\therefore f(-x) = \frac{-x}{2} \cdot \frac{2^{-x} + 1}{2^{-x} - 1} = \frac{-x}{2} \cdot \frac{1 + 2^x}{1 - 2^x} = \frac{x}{2} \cdot \frac{2^x + 1}{2^x - 1} = f(x)$$

$\therefore f(x)$ 是偶函数

16. 设 $\vec{c} = (x, y)$, 由 $\begin{cases} -2x + y = -1 \\ 3x - 4y = 9 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$, 所以 $\vec{c} = (-1, -3)$

5. “ $\alpha = 45^\circ$ ” 是 “ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ” 的 ()

- A. 充要条件
B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件

6. 已知 a, b 为实数, 则 “ $a^3 - b^3 = 0$ ” 是 “ $a = b$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

7. “ $x^2 > 1$ ” 是 “ $x > 0$ ” 的 ()

- A. 充分必要条件
B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件

8. 若 $x \in \mathbf{R}$, 下列不等式一定成立的是 ()

- A. $\frac{x}{5} < \frac{x}{2}$ B. $5 - x > 2 - x$ C. $x^2 > 0$ D.

$$(x+1)^2 > x^2 + x + 1$$

9. a, b, c 为实数, 则下列各选项中正确的是 ()

- A. $a - b < 0 \Leftrightarrow a - c < b - c$ B. $a - b > 0 \Leftrightarrow a > -b$
C. $a - b > 0 \Leftrightarrow -2a > -2b$ D. $a > b > c > 0 \Leftrightarrow a^b > a^c$

10. 已知 a, b, c 是实数, 下列命题正确的是 ()

- A. 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$ B. 若 $a^2 > b^2$, 则 $a > b$
C. 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$ D. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$

11. 若正数 a, b 满足 $ab = 20$, 则 $a + 2b$ 的最小值为_____.

12. 已知 $3x + y = 4$ ($x > 0, y > 0$), 则 xy 的最大值为_____.

13. 已知 $x > 0$, $y > 0$, 且 $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{2} = 1$, 则 xy 的最大值为_____.

专题二 函数 指数函数与对数函数

1. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{|x+1|}$ 的定义域为 ()

- A. $[-2, +\infty)$ B. $(-2, +\infty)$ C. $[-2, -1) \cup (-1, +\infty)$ D. $(-2, -1) \cup (-1, +\infty)$

2. 函数 $f(x) = \sqrt{1-x} + \lg x$ 的定义域为 ()

- A. $(-\infty, 1]$ B. $(0, 1]$ C. $[0, 1]$ D. $(0, 1)$

3. 函数 $f(x) = \ln(x-2) + \frac{1}{x-3}$ 的定义域为 ()

- A. $(2, +\infty)$ B. $[2, +\infty)$
C. $(-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$ D. $(2, 3) \cup (3, +\infty)$

4. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ 的定义域为 ()

- A. $[-1, 0) \cup (0, 1]$ B. $[-1, 1]$ C. $(0, 1]$ D. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

5. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{\ln x}$ 的定义域为 ()

- A. $(0, 1]$ B. $(0, 1)$ C. $[1, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$

6. 函数 $y = \sqrt{1-x}$ 的值域为 ()

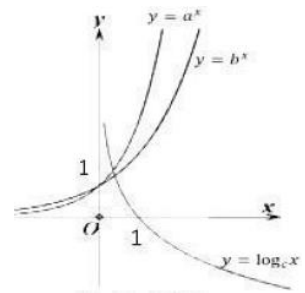
- A. $[0, +\infty)$ B. $[1, +\infty)$ C. $[0, 1]$ D. $(\infty, 1]$

13. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的最小值为 $f(1)$, 则 ()

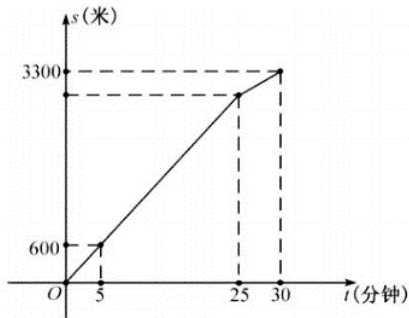
- A. $f\left(-\frac{3}{2}\right) < f(2) < f(3)$ B. $f(2) < f(3) < f\left(-\frac{3}{2}\right)$
- C. $f(3) < f\left(-\frac{3}{2}\right) < f(2)$ D. $f\left(-\frac{3}{2}\right) < f(3) < f(2)$

14. 函数 $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$ 在同一直角坐标系中的图像如图所示, 则 ()

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$
- C. $c > a > b$ D. $c > b > a$



15. 李老师每天采取“先慢跑、再慢走”的方式锻炼身体, 慢跑和慢走都是匀速的, 运动的距离 s (米) 关于时间 t (分钟) 的函数图像如图所示, 他慢走的速度为 ()



- A. 55 米/分钟 B. 57.5 米/分钟 C. 60 米/分钟 D. 67.5 米/分钟

16. 某旅游景点有个人票和团队票两种售票方式, 其中个人票要每人 80 元, 团队票 (30 人以上含 30 人) 打七折. 按照购票费用最少原则, 建立实际游览人数 x 与购票费用 y (元) 的函数关系, 以下正确的是 ()

- A. $y = \begin{cases} 80x, & 0 \leq x < 24, x \in \mathbf{N}, \\ 1344, & 24 \leq x \leq 30, x \in \mathbf{N}, \\ 56x, & x > 30, x \in \mathbf{N} \end{cases}$ B. $y = \begin{cases} 80x, & 0 \leq x < 21, x \in \mathbf{N}, \\ 1680, & 21 \leq x \leq 30, x \in \mathbf{N}, \\ 56x, & x > 30, x \in \mathbf{N} \end{cases}$

$$C. y = \begin{cases} 80x, 0 \leq x < 24, x \in \mathbf{N}, \\ 1920, 24 \leq x \leq 30, x \in \mathbf{N}, \\ 56x, x > 30, x \in \mathbf{N} \end{cases}$$

$$D. y = \begin{cases} 80x, 0 \leq x < 21, x \in \mathbf{N}, \\ 2400, 21 \leq x \leq 30, x \in \mathbf{N}, \\ 56x, x > 30, x \in \mathbf{N} \end{cases}$$

17. 设 $f(x) = \begin{cases} 3^x, x \leq 0 \\ 3x-2, x > 0 \end{cases}$, 求 $f[f(-1)] = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, x > 0 \\ 2x+1, x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f[f(\pi)] = \underline{\hspace{2cm}}$.

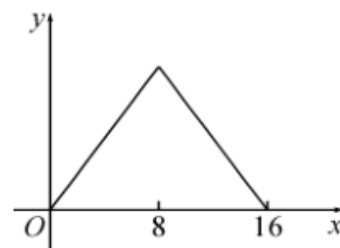
19. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2+1, x < 2 \\ x+3, x \geq 2 \end{cases}$, 则 $f[f(-2)] = \underline{\hspace{2cm}}$

20. 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, x < 0 \\ \frac{1}{2}-x, x > 0 \end{cases}$, 若 $f[f(a)] = 2$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

21. 若 $x < -1$, 则函数 $f(x) = 2-x-\frac{1}{x+1}$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

22. 函数 $f(x) = 9 \times 2^{x-1} + 2^{3-x}$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

23. 如图所示, 函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = 8$ 对称, 则 $f(6)$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $f(13)$ (填 “>”、“<” 或 “=”).



24. 正数 x 、 y 满足 $\lg x + \lg y = 2$, 则 $x + y$ 的最小值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

25. 计算: $\cos \frac{3\pi}{2} + (\sqrt{2}-3)^0 + 27^{\frac{1}{3}} + \lg 0.01 + \sqrt{(-4)^2}$.

26. 计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \times 8^{\frac{1}{3}} + \tan \frac{\pi}{3} - \log_{\frac{1}{2}} 1 + \left(\sin \frac{5\pi}{6}\right) + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$.

27. 计算: $\sin \frac{\pi}{2} - \lg 1000 + 0.25^{-\frac{1}{2}} \div \sqrt[3]{32} - 3! + \sqrt{(-5)^2}$.

28. 计算: $\log_6 3 + \log_6 12 + \ln \frac{1}{e^\pi} + 0! + (\sqrt{2020} - \sqrt{2019})^0 + \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + \sqrt{(3-\pi)^2}$.

29. 计算: $4! - \sqrt[6]{64} + e^0 - 2^{\log_2 5} + \lg \frac{1}{10} - \cos \frac{3\pi}{2}$.

30. 计算: $\left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} + 5! + 2^0 - C_6^6 + \ln e^4 + \cos 2\pi$.

31. 当前,“共享单车”在某些城市发展较快.如果某公司要在某城市发展“共享单车”出租自行车业务,设一辆自行车(即单车)按每小时 x 元 ($x \geq 0.8$) 出租,所有自行车每天租出的时间合计为 y ($y > 0$) 小时,经市场调查及试运营,得到如下数据(见表):

x	0.9	1	1.1	1.2	1.3
y	1100	1000	900	800	700

(1) 观察以上数据,在我们所学的一次函数、反比例函数、二次函数、指数函数中回答: y 是 x 的什么函数? 并求出此函数解析式;

(2) 若不考虑其它因素, x 为多少时,公司每天收入最大? 32. 电影《流浪地球》上映期间,一场电影的票价定为 50 元时,电影院满座,满座时可容纳 600 人.若票价每提高 $5x(x \in \mathbf{N})$ 元,售出票数就减少 $30x$ 张.

(1) 若票价为 60 元,求实际售出的电影票数;

(2) 写出一场电影的票房收入 R (元) 与 x 的函数关系式;

(3) 已知放映一场电影所需的总成本为 $600(20-x)$ 元,若不考虑其他因素,票价定为多少时,电影院能获得最大利润?

专题三 数列

1. 已知数列: $\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, -\frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \dots$, 按此规律第 7 项为 ()

A. $\frac{7}{8}$

B. $\frac{8}{9}$

C. $-\frac{7}{8}$

D. $-\frac{8}{9}$

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_2 + a_3 = 5$, $a_2 + a_3 + a_4 = 11$, 则公差 d 为 ()

- A. 6 B. 3 C. 1 D. 2

3. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $a_1 = 1, S_{n+1} = 2a_n - 1 (n \in \mathbf{N}^*)$, 则 $a_3 =$ ()

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

4. 已知实数 $a > b > 0$, 若 P 为 a 与 b 的等差中项, G 为 a 与 b 的等比中项, 则 ()

- A. $P < G$ B. $P > G$ C. $P \notin G$ D. $P^3 > G$

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3, a_{n-1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$, 则 a_{2024} ()

- A. 3 B. $\frac{2}{3}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

6. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 1, a_{n+1} = 2S_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 则 $S_4 =$ _____.

7. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n > 0, a_1 \cdot a_3 = 4$, 则 $\log_2 a_2 =$ _____.

8. 等比数列 $\frac{1}{4}, 1, 4, 16, \dots$ 的第 5 项是 _____.

9. 若 $x-1, x+1, 2x+4$ 成等差数列, 则 $x =$ _____.

10. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - 2n$, 则 $a_{2024} =$ _____.

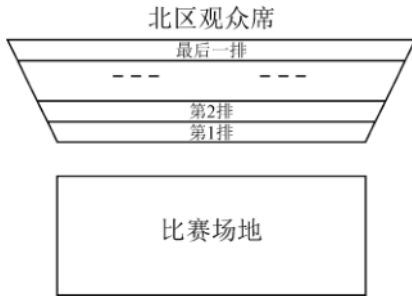
11. 等差数列 $-3, 1, 5, \dots$ 的第 6 项为 _____.

12. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 13, a_4 = 9$.

(1) 求 a_1 及公差 d ;

(2) 当 n 为多少时, 前 n 项和 S_n 开始为负?

13. 体育场北区观众席共有 10500 个座位. 观众席座位编排方式如图所示, 由内而外依次记为第 1 排、第 2 排、……. 从第 2 排起, 每一排比它前一排多 10 个座位, 且最后一排有 600 个座位.



(1) 北区观众席共有多少排?

(2) 现对本区前 5 排的座位进行升级改造, 改造后各排座位数组成数列 $\{b_n\}$. $\{b_n\}$ 满足:

① b_1 等于原第 1 排座位数的一半; ② $b_n = b_{n-1} + n^2 (n = 2, 3, 4, 5)$.

求第 5 排的座位数.

14. 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 满足如下条件: $\{a_n\}$ 为等差数列, 公差 $d > 0$, $\{b_n\}$ 为等比数列;

$$a_1 = b_1 = 1, \quad a_2 b_2 = 8, \quad a_3 b_3 = 28.$$

(1) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式; (6 分)

(2) 数列 $\{a_n b_n\}$ 的前 n 项和 S_n . (4 分)

专题四 平面向量

1. 在 $\triangle ABC$ 中, 向量表达式正确的是 ()

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$

B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$

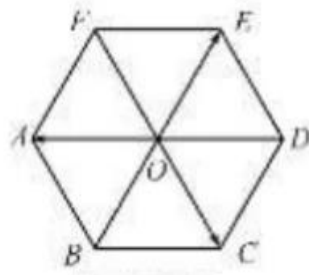
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \mathbf{0}$

2. 如图所示, 点 O 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心,

则 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} =$ ()

- A. \overrightarrow{AE} B. \overrightarrow{EA} C. $\vec{0}$ D. 0

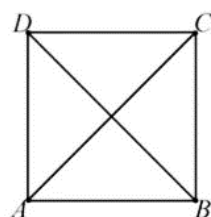


3. 已知平行四边形 $ABCD$, 则向量 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$ ()

- A. \overrightarrow{BD} B. \overrightarrow{DB} C. \overrightarrow{AC} D. \overrightarrow{CA}

4. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 则 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| =$ ()

- A. 0 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$



5. 正三角形 ABC 的边长为 1, E 为 BC 边上动点, 则 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}|$ 的最小值为 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

6. 已知点 $A(1,2), B(4,1)$, 则 $2\overrightarrow{AB} =$ ()

- A. $(2,-3)$ B. $(-6,2)$ C. $(10,6)$ D. $(6,-2)$

7. 已知 $A(1,1), B(3,2), C(5,3)$, 若 $\overrightarrow{AB} = \lambda \overrightarrow{CA}$, 则 λ 为_____.

专题五 三角函数

1. 角 2017° 是 ()

- A. 第一象限角 B. 第二象限角 C. 第三象限角 D. 第四象限角

2. 已知函数 $f(x) = 2\sin x + \sqrt{3}\cos x$, 则 $f\left(\frac{\pi}{12}\right) =$ ()

- A. $\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{6}$

3. 若 $\cos 2018^\circ = m$ ，则 $\cos(-38^\circ) =$ ()

- A. $\sqrt{1-m^2}$ B. $-\sqrt{1-m^2}$ C. m D. $-m$

4. $\sin 1050^\circ$ 的值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

5. 若角 α 的终边经过点 $(4, -3)$ ，则 $\cos 2\alpha$ 的值为 ()

- A. $\frac{7}{25}$ B. $-\frac{16}{25}$ C. $-\frac{7}{25}$ D. $\frac{16}{25}$

6. 2020° 角的终边在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

7. 角 a 与角 2021° 的终边相同，且 $0^\circ < a < 360^\circ$ ，则 $a =$ ()

- A. 121° B. 141° C. 221° D. 241°

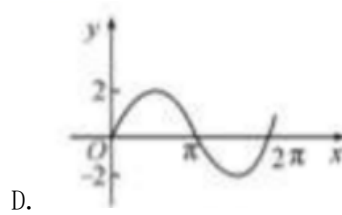
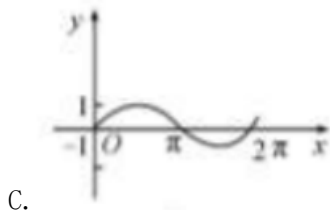
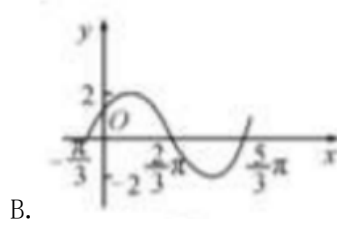
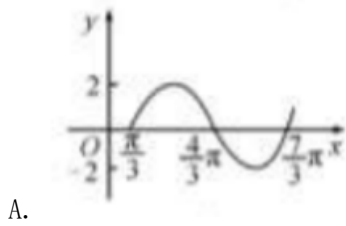
8. 若 $\sin(\theta - \pi) \cdot \tan(\pi + \theta) < 0$ ，则 θ 所在象限为 ()

- A. 第二或第三象限 B. 第一或第四象限
C. 第三或第四象限 D. 第一或第二象限

9. 已知角 α 的终边经过点 $(2, -\sqrt{5})$ ，则 $\cos(\pi + \alpha)$ 的值是 ()

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

10. 函数 $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象是 ()



11. 下列函数以 π 为周期的是 ()

- A. $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right)$ B. $y = 2\cos x$ C. $y = \sin x$ D. $y = \sin 2x$

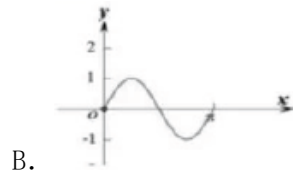
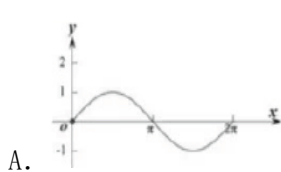
12. 函数 $y = \sin x \cos x$ 的最小正周期为 ()

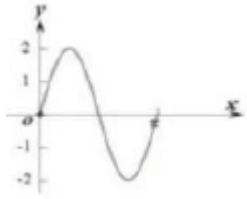
- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. 2π D. 1

13. 正弦曲线 $y = \sin x$ 与直线 $y = -\frac{1}{3}$ 在区间 $(-p, 2p)$ 内的交点个数为 ()

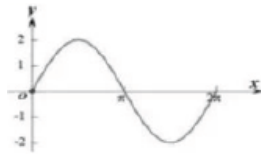
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

14. 函数 $f(x) = 2\sin x \cos x$ 在 $[0, 2\pi]$ 上的图像是 ()





C.



D.

15. 函数 $y = \sin 2x$ 的图像如何平移得到函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图像 ()

A. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

C. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位

16. 函数 $y = \sin x \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x$ 的最小值和最小正周期分别为 ()

A. 1, π

B. -1, π

C. 1, 2π

D. -1, 2π

17. 已知 $\sin(q - p) = -\frac{3}{4}$, 则 $\cos q =$ ()

A. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ 或 $-\frac{\sqrt{7}}{4}$

B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

C. $-\frac{\sqrt{7}}{4}$

D. $\frac{1}{4}$ 或 $-\frac{1}{4}$

18. 已知 $\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$, $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 则 $\tan \alpha =$ _____.

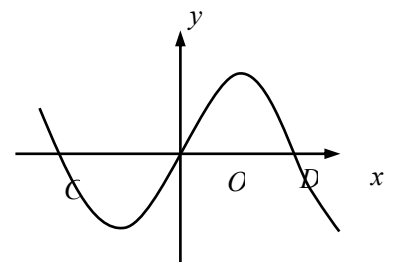
19. 已知 $\sin(\pi - \alpha) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\alpha =$ _____.

20. 化简: $\cos(\pi + \theta) \tan(\pi - \theta) =$ _____.

21. 如图, 点 $C\left(\frac{5p}{24}, 0\right)$, $D\left(\frac{25p}{24}, 0\right)$ 在 $y = A \sin(\omega x + j)$ ($A > 0, \omega > 0$)

图像上, 函数的最小正周期为 _____.

22. 函数 $y = 4 \sin(x + \pi) + \cos(\pi - x)$ 的最大值为 _____.



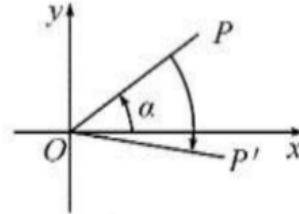
23. 函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x + 6$ 的最小值为_____.

24. 如图所示, 点 $P(4,3)$ 是角 α 终边上一点, 令点 P 与原点的距离保持不变, 并绕原点顺时针旋转

45° 到 P' 的位置, 求:

(1) $\sin \alpha$, $\cos \alpha$;

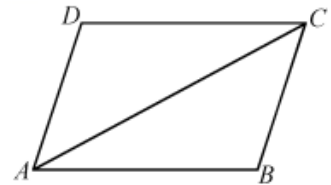
(2) 点 $P'(x', y')$ 的坐标. (5分)



25. 如图平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $AD = 2$, $AC = 4$.

(1) 求 $\cos \angle ABC$;

(2) 求平行四边形 $ABCD$ 的面积.



26. 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A = \frac{3}{5}$, $\cos B = \frac{5}{13}$.

(1) 求 $\sin B$, 并判断 A 是锐角还是钝角;

(2) 求 $\cos C$.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 45^\circ$, $b = 2\sqrt{2}$, $c = 6$, 求:

(1) 三角形的面积 $S_{\triangle ABC}$;

(2) 判断 $\triangle ABC$ 是锐角、直角还是钝角三角形.

28. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C = 30^\circ$, $a = 2\sqrt{3}$.

(1) 求 c ; (2) N 为 AC 中点时, 求 $\triangle ABN$ 的面积.

29. 已知 α 、 β 为第二象限角, 且满足 $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\sin \beta = \frac{3}{5}$, 求:

(1) $\cos(\alpha - \beta)$; (2) 函数 $f(x) = \cos \alpha \cos x + \cos \beta \sin x$ 的最大值.

30. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $\angle A = 60^\circ, a = 2\sqrt{3}, b = 2\sqrt{2}$.

(1) 求 $\angle B$ 的大小;

(2) 求边长 c .

31. 已知 α 为锐角, 且 $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

(1) 求 $\sin \alpha, \tan \alpha$;

(2) 求 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$.

32. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a^2 + c^2 - b^2 = -ac$.

(1) 求 $\angle B$; (4分)

(2) 设 $\triangle ABC$ 为等腰三角形, 且 $S_{\triangle ABC} = 4\sqrt{3}$, 求 b . (4分)

33. 已知 $\tan q = \frac{4}{3}$, $\cos q < 0$.

(1) 求 $\sin 2q$;

(2) 求 $\cos\left(\frac{p}{3} + q\right)$.

34. 已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 且 $\tan 2\alpha = \frac{4}{3}$, 求:

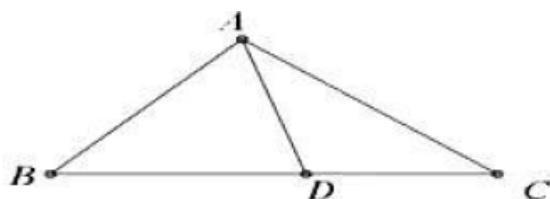
(1) $\tan \alpha$; (2) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$.

35. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 边上的一点, 已知 $AB = 3, AC = 6, \angle BAC = 120^\circ$,

$\angle BAD = 90^\circ$.

(1) BC 的长; (4分)

(2) $\triangle ADC$ 的面积. (5分)



专题六 解析几何

1. 直线 $y = -\sqrt{3}x + \frac{1}{2}$ 的倾斜角为 ()

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

2. 直线 $l_1: \sqrt{2}x + 2y + 1 = 0$ 与直线 $l_2: x - \sqrt{2}y + 3 = 0$ 的位置关系是 ()

- A. 平行 B. 垂直 C. 重合 D. 非垂直相交

3. 过原点且与直线 $x - 2y - 1 = 0$ 垂直的直线方程为 ()

- A. $2x + y = 0$ B. $2x - y = 0$ C. $x + 2y = 0$ D. $x - 2y = 0$

4. 点 $P(1, -1)$ 关于原点的对称点的坐标为 ()

- A. $(-1, -1)$ B. $(1, -1)$ C. $(-1, 1)$ D. $(1, 1)$

5. 已知直线的倾斜角为 60° ，则此直线的斜率为 ()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6. 已知两直线 l_1 、 l_2 分别平行于平面 β ，则两直线 l_1 、 l_2 的位置关系为 ()

- A. 平行 B. 相交 C. 异面 D. 以上情况都有可能

7. 动点 M 在 y 轴上，当它与两定点 $E(4, 10)$ 、 $F(-2, 1)$ 在同一条直线上时，点 M 的坐标是 ()

- A. $(0, 6)$ B. $(0, 5)$ C. $(0, 4)$ D. $(0, 3)$

8. 直线 $x = \sqrt{3}$ 的倾斜角为 ()

- A. 0° B. 30° C. 60° D. 90°

9. 已知点 $A(3, -4), B(7, 6)$, 则线段 AB 的中点坐标为 ()

- A. $(5, 1)$ B. $(2, 5)$ C. $(10, 2)$ D. $(4, 10)$

10. 直线 $y = -x - \sqrt{3}$ 的倾斜角为 ()

- A. -45° B. 45° C. 135° D. -135°

11. 点 $A(2, -1)$ 关于点 $B(1, 3)$ 为中心的对称点坐标是_____.

12. 过点 $A(3, -2)$ 和 $B(-1, 2)$ 的直线的斜率为_____.

13. 已知点 $A(1, -5), B(7, -1)$, 若动点 $P(t, 0)$ 使得 $\angle APB > 90^\circ$, 则实数 t 的取值范围为_____.

14. 双曲线 $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{16} = 1$ 的两条渐近线方程为_____.

15. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{8} = 1$ 的离心率 $e = \sqrt{3}$, 则实半轴长 $a =$ _____.

16. 已知椭圆中心在原点且对称轴为坐标轴, 它与双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 有且仅有两个公共点, 它们的离心率之积为 1, 则椭圆标准方程为_____.

17. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的渐近线方程为 $y = \pm\sqrt{2}x$, 则该双曲线的离心率为_____.

18. O 是原点, $F(4, 0)$ 为椭圆的右焦点, M 是椭圆上的点, 若 $\triangle OMF$ 是正三角形, 则椭圆长轴长为_____.

19. 过点 $(-1,3)$ 的直线 l 被圆 $O: x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$ 截得弦长为8.

- (1) 求该圆的圆心及半径; (2) 求直线 l 的方程.

20. 已知圆 C 的圆心为 $(-1,1)$, 半径为 $\sqrt{2}$.

- (1) 写出圆 C 的标准方程;
(2) 试判断直线 $x + y - 1 = 0$ 与圆 C 的位置关系; 若相交, 求出两交点间的距离.

21. 已知圆 M 的圆心为 $(4,-2)$, 半径为6, 直线 $l_1: x + y - 2 = 0$.

- (1) 写出圆 M 的标准方程;
(2) 直线 l_2 与 l_1 平行, 且截圆 M 的弦长为4, 求直线 l_2 的方程.

22. 已知圆心为 $(0,2)$ 的圆与直线 $x - y - 4 = 0$ 相切.

- (1) 求圆的标准方程; (2) 求 x 轴被圆所截得的弦长.

23. 直线 $x + y + 1 = 0$ 交 x 轴于点 C , 以点 C 为圆心, 作过点 $M(2,4)$ 的圆.

- (1) 求圆 C 的标准方程; (2) 直线 $x - y + 5 = 0$ 与圆相交于 A, B 两点, 求弦长 $|AB|$.

24. 已知抛物线的顶点在原点, 焦点坐标为 $F(3,0)$.

- (1) 求抛物线的标准方程;
(2) 若抛物线上点 M 到焦点的距离为4, 求点 M 的坐标.

25. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$ 的焦距为 $2\sqrt{2}$, 离心率 $e = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 过点 $(-2,0)$ 的直线与椭圆

圆交于 A, B 两点, 且线段 AB 的中点坐标为 $\left(-\frac{1}{2}, y_0\right)$.

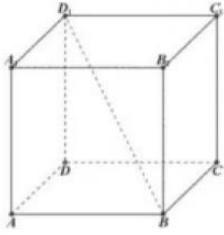
- 求(1) 椭圆的标准方程; (2) y_0 的值.

专题七 立体几何

1. 已知圆锥底面半径为 4，侧面面积为 60，则母线长为 ()

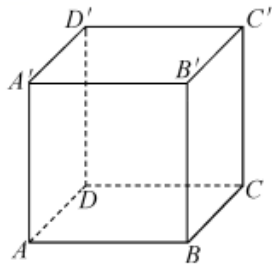
- A. $\frac{15}{2}$ B. 2 C. $\frac{15}{2\pi}$ D. $\frac{15}{\pi}$

2. 如图所示，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，异面直线 BD_1 和 CD 所成角的正弦值为 ()



- A. 1 B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

3. 如图在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中，下列结论错误的是 ()



- A. $A'C \perp$ 平面 DBC' B. 平面 $AB'D' \parallel$ 平面 BDC'
 C. $BC' \perp AB'$ D. 平面 $AB'D' \perp$ 平面 $A'AC$

4. 下列命题正确的是 ()

- A. 垂直于同一平面的两个平面垂直 B. 垂直于同一平面的两条直线垂直
 C. 垂直于同一平面的两个平面平行 D. 垂直于同一平面的两条直线平行

5. 下列叙述中，错误的是 ()

- A. 平行于同一个平面的两条直线平行 B. 平行于同一条直线的两条直线平行
 C. 垂直于同一条直线的两个平面平行 D. 垂直于同一个平面的两条直线平行

6. 已知 l 是直线, a, b 是两个不同的平面, 下列命题

正确的是 ()

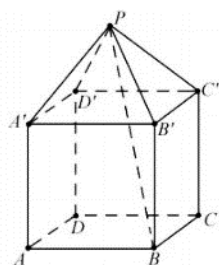
A. 若 $a // b, l // a$, 则 $l // b$

B. 若 $a \perp b, l \perp a$, 则 $l // b$

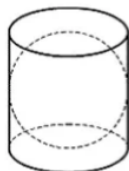
C. 若 $l \perp a, l \perp b$, 则 $a // b$

D. 若 $l // a, l // b$, 则 $a // b$

7. 如图所示, 某几何体由正四棱锥和正方体构成, 正四棱锥侧棱长为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 正方体棱长为 1, 则 $PB =$ _____.



8. 如图所示, 相传这个图形表达了古希腊数学家阿基米德最引以为自豪的发现: 圆柱内切一个球, 球的直径与圆柱的高相等, 则圆柱的体积与球的体积之比等于圆柱的全面积与球的全



面积之比, 这个比值为 _____.

9. 圆柱的轴截面是边长为 3 的正方形, 则圆柱的体积等于_____.

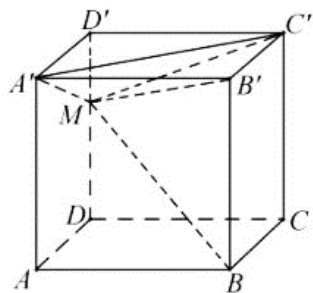
10. 直角边长为 1 的等腰直角三角形, 以斜边为旋转轴, 旋转一周所得几何体的体积为_____.

11. 一个玻璃容器盛有一部分水, 其内部形状是底面半径为 6cm 的圆柱, 将一个实心玻璃球放入该容器中, 球完全沉没在水里, 此时玻璃容器中的水位上升了 1cm (水没有外溢), 则球的半径为_____ cm.

12. 如图所示, 正方体 $ABCD - A'B'C'D'$ 的棱长为 6, 点 M 在棱 DD' 上, 且 $D'M = \frac{1}{2}MD$. 联

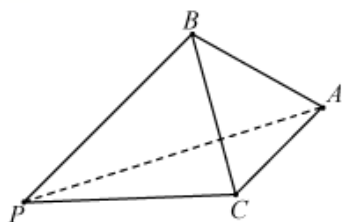
结 $MB, MA', MB', MC', A'C'$. (1) 求直线 BM 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值;

(2) 求三棱锥 $M - A'B'C'$ 的体积.



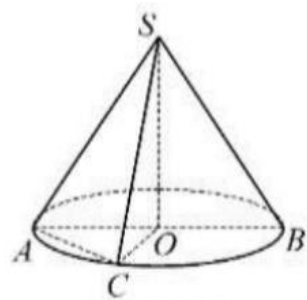
13. 如图 $PC \perp$ 平面 ABC , $AC = BC = 2$, $PC = \sqrt{3}$, $\angle BCA = 120^\circ$.

(1) 求二面角 $P - AB - C$ 的大小; (2) 求锥体 $P - ABC$ 的体积.



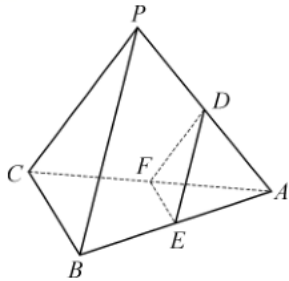
14. 如图所示, 圆锥 SO 的母线 $SA = SC = \sqrt{13}$ cm, 底面半径为 2cm, $\triangle OAC$ 为正三角形, 求:

(1) 圆锥 SO 的侧面积与体积; (4 分) (2) 二面角 $S - AC - O$ 的大小. (5 分)



15. 如图，正三棱锥 $P-ABC$ 的侧棱长为 $2\sqrt{3}$ ，底面边长为 4. (1) 求正三棱锥 $P-ABC$ 的全面积；

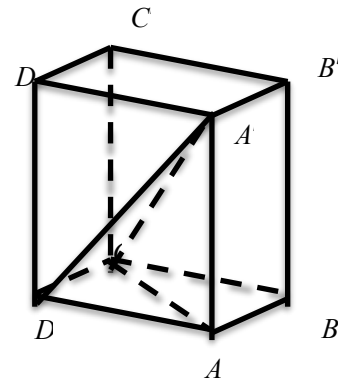
(2) 线段 PA 、 AB 、 AC 的中点分别为 D 、 E 、 F ，求二面角 $D-EF-A$ 的余弦值.



16. 如图，正四棱柱 $ABCD-A'B'C'D'$ ， $AB=1$ ， $AA'=2$ ，

(1) 求二面角 $A'-DC-A$ 的平面角的正切值；

(2) 求四棱锥 $A'-BC'C'B'$ 的体积.



17. 如图 (1) 所示，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，分别沿相邻三个面的对角线截去三个三棱锥 $A_1-AB_1D_1$ ， $B-ACB_1$ 和 $C_1-CD_1B_1$ ，得到如图 (2) 所示的几何体.

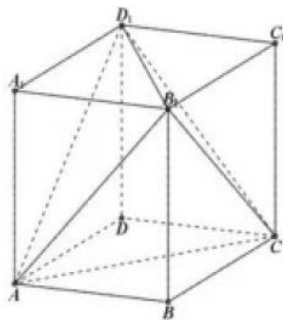


图 (1)

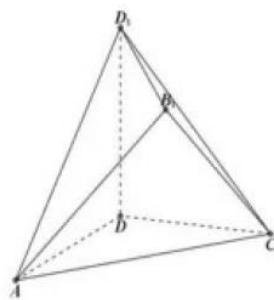


图 (2)

(1) 求图 (2) 所示几何体的体积 V ；(4 分)

(2) 求二面角 D_1-AC-D 的平面角的余弦值。(5 分)

专题八 概率与统计

1. 某商场准备了 5 份不同礼品全部放入 4 个不同彩蛋中, 每个彩蛋至少有一份礼品的放法有 ()

- A. 480 种 B. 240 种 C. 180 种 D. 144 种

2. 用 0, 1, 2, 3 四个数字可组成没有重复数字的三位数共有 ()

- A. 64 个 B. 48 个 C. 24 个 D. 18 个

3. 本学期学校共开设了 20 门不同的选修课, 学生从中任选 2 门, 则不同选法的总数是 ()

- A. 400 B. 380 C. 190 D. 40

4. 从 2 名医生、4 名护士中, 选出 1 名医生和 2 名护士组成三人医疗小组, 选派的种数是 ()

- A. 8 B. 12 C. 20 D. 24

5. 从 5 位老师中任意选出 3 位参加志愿者活动, 不同的选法共有 ()

- A. 5 种 B. 10 种 C. 15 种 D. 20 种

6. 从 5 位候选人中选 2 位, 分别担任班长和团支部书记, 不同选法的种数为 ()

- A. 7 B. 9 C. 10 D. 20

7. 二项式 $(1-x)^n$ ($n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*$) 展开式中含 x^2 项的系数为 ()

- A. C_n^2 B. $-C_n^2$ C. C_n^1 D. $-C_n^1$

8. 掷两枚骰子 (六面分别标有 1 至 6 的点数) 一次, 掷出点数和小于 5 的概率为 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{5}{18}$

9. 袋中装有 5 个红球, 3 个白球, 一次摸出两个球, 恰好都是白球的概率是 ()

- A. $\frac{3}{14}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{28}$ D. $\frac{3}{56}$

10. 已知 100 张奖券中共有 2 张一等奖、5 张二等奖、10 张三等奖，现从中任取一张，中奖概率是（ ）

- A. $\frac{1}{10000}$ B. $\frac{1}{50}$ C. $\frac{3}{100}$ D. $\frac{17}{100}$

11. 抛掷二枚骰子，“落点数之和为 9” 的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{9}$

12. 三个不同颜色的乒乓球随机投入两个盒子，每个盒子都有乒乓球的概率为（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

数学复习参考 B 组题参考答案

专题一 集合与常用逻辑用语 方程与不等式

1-10 AAABB CDBAC

11. $4\sqrt{10}$ 12. $4/3$ 13. $\sqrt{5}$

专题二 函数 指数函数与对数函数

1-16 CBDAB ABCCC DBBAC B

17. -1 18. 1 19. 8 20. $\sqrt{2}$

21. 52 22. 12 23. $>$ 24. 20

25. 原式 = $0+1+3-2+4=6$

26.
原式 = $4 \times 2 + \sqrt{3} - 0 + 1 + (2 - \sqrt{3})$
= $8 + \sqrt{3} + 1 + 2 - \sqrt{3}$
= 11.

27. 原式 = $1 - 3 + 2 \div 2 - 6 + 5 = -2$.

28. 原式 = $2 + (-\pi) + 1 + 1 + \frac{2}{3} + \pi - 3 = \frac{5}{3}$

29. $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$, $\sqrt[6]{64} = \sqrt[3]{8} = 2$, $e^0 = 1$, $2^{\log 2^5} = 5$,

$$\lg \frac{1}{10} = \lg 10^{-1} = -1 \quad \cos \frac{3\pi}{2} = 0$$

$$4! - \sqrt[6]{64} + e^0 - 2^{\log 2^5} + \lg \frac{1}{10} - \cos \frac{3\pi}{2} = 24 - 2 + 1 - 5 + (-1) - 0 = 17$$

30. 原式 = $25 + 120 + 1 - 1 + 4 + 1 = 150$.

31. (1) y 与 x 成线性关系, 所以 y 是 x 的一次函数. 设函数解析式为 $y = kx + b$, 取两对数据代入得:

$$\begin{cases} 1000 = k + b \\ 900 = 1.1k + b \end{cases}, \text{解得, } \begin{cases} k = -1000 \\ b = 2000 \end{cases}, \text{考虑到 } y > 0 \text{ 知 } x < 2, \text{ 所以函数解析式为:}$$

$$y = -1000x + 2000 \quad (0.8 \leq x < 2)$$

(2) 每天收入 $S = y \cdot x = (-1000x + 2000)x$, 即

$$S = -1000x^2 + 2000x = -1000(x-1)^2 + 1000, \text{ 当 } x = 1 \quad (0.8 \leq x < 2) \text{ 时, } S \text{ 最大.}$$

所以, 每小时 1 元出租时公司每天收入最大.

32. (1) $50 + 5x = 60$, $x = 2$, $600 - 30 \times 2 = 540$ 张, 票价为 60 元时, 实际售出 540 张电影票.

(2) 由已知得 $R = (50 + 5x)(600 - 30x) = -150x^2 + 1500x + 3 \times 10^4$. 由 $600 - 30x \geq 0$ 且 $x \geq 0$, $x \in \mathbf{N}$, 得 $0 \leq x \leq 20$, $x \in \mathbf{N}$, 函数关系式为 $R = -150x^2 + 1500x + 3 \times 10^4 \quad (0 \leq x \leq 20, x \in \mathbf{N})$.

(3) 建立利润函数 $L = -150x^2 + 1500x + 3 \times 10^4 - 600(20 - x)$

$$= -150x^2 + 2100x + 18000 (0 \leq x \leq 20, x \in \mathbf{N}).$$

易知当 $x = -\frac{b}{2a} = 7$, 即票价为 85 元时利润最大.

专题三 数列

1-5 BDABB

6. 27 7. 1 8. 64 9. -1 10. 4047 11. 17

$$12. \quad (1) \quad \begin{cases} a_1 + d = 13 \\ a_1 + 3d = 9 \end{cases}, \quad \text{得} \quad \begin{cases} d = -2 \\ a_1 = 15 \end{cases}$$

$$(2) \quad S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = 15n + \frac{n(n-1)}{2} \times (-2) = -n^2 + 16n, \text{ 由题设得: } n < 0 \text{ 或 } n > 16$$

所以当 $n = 17$ 时, S_n 的值开始为负

13. (1) a_1 为第一排座位数, $a_n = 600$ 为最后一排座位数, 公差 $d = 10$, 所以

$$\begin{cases} 10500 = na_1 + \frac{n(n-1)}{2} \times 10 \\ 600 = a_1 + (n-1)10 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a_1 = 400 \\ n = 21 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a_1 = -390 \\ n = 100 \end{cases} \text{ (舍去)}. \text{ 故体育场北区观众席共有 21 排.}$$

(2) 由已知得 $b_1 = 200$, 又 $b_n = b_{n-1} + n^2 (n = 2, 3, 4, 5)$,

所以 $b_2 = 204$, $b_3 = 213$, $b_4 = 229$, $b_5 = 254$, 即第 5 排有 254 个座位.

$$14. \quad (1) \quad \begin{cases} (1+d)q = 8 \textcircled{1} \\ (1+2d)q^2 = 28 \textcircled{2} \end{cases}, \quad \text{解得 } d = -\frac{3}{7} \text{ (舍)} \text{ 或 } d = 3, q = 2. \text{ 所以 } a_n = 3n - 2,$$

$$b_n = 2^{n-1}.$$

$$(2) S_n = 1 \times 2^n + 4 \times 2^1 + 7 \times 2^2 + \cdots + (3n-5) \cdot 2^{n-1} + (3n-2) \cdot 2^{n-1},$$

$$\therefore 2S_n = 1 \times 2^1 + 4 \times 2^2 + 7 \times 2^3 + \cdots + (3n-5) \cdot 2^{n-1} + (3n-2) \cdot 2^n,$$

$$\therefore S_n = 2S_n - S_n = (3n-2) \cdot 2^n - 1 - 3 \times (2^1 + 2^2 + \cdots + 2^{n-1}) = (3n-2) \cdot 2^n - 1 - \frac{3 \times 2 \times (1-2^{n-1})}{1-2}$$

$$= (3n-5)2^n + 5$$

专题四 平面向量

1-6 CCCCC D 7. $-1/2$

专题五 三角函数

1-17 CADCA CCBAA DBDBA BA

18. $3/4$ 19. $\frac{7}{9}$ 20. $\sin \theta$ 21. $\frac{5p}{3}$ 22. $\sqrt{17}$ 23. 4

24

$$21. (1) |OP| = r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5, \sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{3}{5}, \cos \alpha = \frac{x}{r} = \frac{4}{5}$$

$$(2) \frac{x'}{5} = \cos(\alpha - 45^\circ), x' = 5 \cos(\alpha - 45^\circ) = 5(\cos \alpha \cos 45^\circ + \sin \alpha \sin 45^\circ)$$

$$x' = 5\left(\frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{7}{2}\sqrt{2}, \text{ 同理 } \frac{y'}{5} = \sin(\alpha - 45^\circ), y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore P' \left(\frac{7}{2}\sqrt{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

25. (1) 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理得 $\cos \angle ABC = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{3^2 + 2^2 - 4^2}{2 \times 3 \times 2} = -\frac{1}{4}$

$$(2) \sin \angle ABC = \sqrt{1 - \cos^2 \angle ABC} = \frac{\sqrt{15}}{4},$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 \times \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{3}{4}\sqrt{15},$$

$$S_{\square ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = \frac{3}{2}\sqrt{15}$$

26. (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $0^\circ < B < 180^\circ$, 所以 $\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{12}{13}$, 所以 $\sin A < \sin B$.

由正弦定理知即 $a < b$, 由大边对大角知 $A < B$,

(2) 由 (1) 知 A 是锐角, 所以 $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \frac{4}{5}$,

$$\cos C = \cos 180^\circ - (A + B) = -\cos(A + B) = -\cos A \cos B + \sin A \sin B = -\frac{4}{5} \times \frac{5}{13} + \frac{3}{5} \times \frac{12}{13} = \frac{16}{65}$$

27.

(1) 依题意, 由 $\angle A = 45^\circ$, $b = 2\sqrt{2}$,

$c = 6$ 得:

$S_{\triangle ABC}$

$$= \frac{1}{2} b c \sin A = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6$$

综上所述, 结论是: $S_{\triangle ABC} = 6$

(2) 由 $\angle A = 45^\circ$, $b = 2\sqrt{2}$, $c = 6$ 结合

余弦定理得:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A =$$

$$8 + 36 - 24\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 20$$

$$\therefore a = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore b < a < c$$

\therefore

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{20 + 8 - 36}{8\sqrt{10}}$$

$$< 0$$

$$, C \in (0, \pi)$$

$$\therefore C > \frac{\pi}{2}$$

$\triangle ABC$ 是钝角三角形

28. (1) 由已知得 $\angle A = 120^\circ$, 由正弦定理得 $\frac{2\sqrt{3}}{\sin 120^\circ} = \frac{c}{\sin 30^\circ}$, 即 $\frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{c}{\frac{1}{2}}$, $c = 2$.

(2) 由已知得 $S_{\triangle ABN} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ac \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 \times \frac{1}{2} = \sqrt{3}$,

$$S_{\triangle ABN} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

29. (1) 由已知得 $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$, $\cos \beta = -\frac{4}{5}$,

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \frac{4}{15} + \frac{6\sqrt{2}}{15} = \frac{4+6\sqrt{2}}{15}.$$

(2) $f(x) = -\frac{1}{3}\cos x - \frac{4}{5}\sin x = \frac{13}{15}\sin(x + \varphi)$ $\left(\sin \varphi = -\frac{5}{13}, \cos \varphi = -\frac{12}{13}\right)$. 函数 $f(x)$

最大值为 $\frac{13}{15}$.

30. (1) 由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$, 得 $\frac{2\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{2}}{\sin B}$. 所以, $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\because \angle B$ 是三角形的内角, $\therefore \angle B = 45^\circ$ 或 135° . 又 $b < a$, $\therefore \angle B < \angle A$, $\therefore \angle B = 45^\circ$.

(2) 由余弦定理, 得 $(2\sqrt{3})^2 = (2\sqrt{2})^2 + c^2 - 2 \times 2\sqrt{2} \times c \times \cos 60^\circ$. 化简整理, 得 $c^2 - 2\sqrt{2}c - 4 = 0$.

$\because c > 0$, $\therefore c = \sqrt{6} + \sqrt{2}$.

31. (1) $\because \alpha$ 为锐角, $\therefore \sin \alpha > 0 \therefore \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \therefore \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2\sqrt{2}$.

(2) $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \alpha \cos \frac{\pi}{6} - \cos \alpha \sin \frac{\pi}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{6} - 1}{6}$.

32. 解: (1) 由余弦定理: $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{-ac}{2ac} = -\frac{1}{2}$, 又 $B \in (0, \pi)$, 故 $B = \frac{2}{3}\pi$

(2) $\triangle ABC$ 为等腰三角形, 又 $B = \frac{2}{3}\pi$, 故 $a=c$ (若 $a=b$ 或 $c=b$, 则 $A=B$ 或 $C=B$ 不成立)

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}a^2 \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 4\sqrt{3}$$

则 $a^2 = 16a = c = 4$, 由余弦定理:

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cos B} = \sqrt{16 + 16 - 32 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = 4\sqrt{3}$$

33. 由 $\tan \theta = \frac{4}{3}, \cos \theta < 0, \therefore \sin \theta = -\frac{4}{5}, \cos \theta = -\frac{3}{5}$

(1) $\therefore \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta = 2 \times \left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{24}{25}$

(2) $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos \theta - \sin \frac{\pi}{3} \sin \theta = \frac{1}{2} \cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{3}{5}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(-\frac{4}{5}\right)$
 $= \frac{4\sqrt{3} - 3}{10}$

34. (1) $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{4}{3}, 2 \tan^2 \alpha + 3 \tan \alpha - 2 = 0, \tan \alpha = \frac{1}{2}$ 或 $\tan \alpha = -2$.

因为 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 所以 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

(2) 由 $\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha = 1$ 得 $1 + \tan^2 2\alpha = \frac{1}{\cos^2 2\alpha}, 1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 2\alpha},$

$$\therefore \cos^2 2\alpha = \frac{9}{25}.$$

因为 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 且 $\tan 2\alpha = \frac{4}{3} > 0$, 所以 $2\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \cos 2\alpha = \frac{3}{5},$

$$\therefore \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \cos 2\alpha = \frac{3}{5}.$$

35. (1) 由余弦定理得 $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$

$$= 3^2 + 6^2 - 2 \times 3 \times 6 \times \cos 120^\circ = 63, \text{ 所以 } BC = 3\sqrt{7}.$$

(2) 由正弦定理得 $\frac{AC}{\sin \angle ABC} = \frac{BC}{\sin \angle BAC}$, 即 $\frac{6}{\sin \angle ABC} = \frac{3\sqrt{7}}{\sin 120^\circ},$

$$\therefore \sin \angle ABC = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

又 $\because \angle ABC$ 是锐角, $\therefore \cos \angle ABC = \sqrt{1 - \sin^2 \angle ABC} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{21}}{7}\right)^2} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$,

$\therefore \tan \angle ABC = \frac{\sin \angle ABC}{\cos \angle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $AD = AB \times \tan \angle ABC = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

$\therefore \triangle ADC$ 的面积为 $\frac{1}{2} AD \times AC \times \sin \angle DAC = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 6 \times \sin 30^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{4}$

专题六 解析几何

1-10 CDACC DCDAC

11. (0,7) 12. -1 13. (2, 6) 14. $y = \pm \frac{5}{4}x$ 15. 2

16. $x^2 + \frac{y^2}{3} = 1$ 或 $\frac{y^2}{4} + x^2 = 1$ 17. $\sqrt{3}$ 18. $4\sqrt{3} + 4$

19. (1) 化 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$ 为 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$, 所以圆心坐标为(2,1), 半径为 $r=5$

(2) 当 l 的斜率存在时, 设其斜率为 k , l 的方程为: $y-3=k(x+1)$, 即 $kx-y+k+3=0$

由已知圆心 O 到 l 的距离 $d = \sqrt{5^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2} = 3$, 点到直线距离公式得: $\frac{|2k-1+k+3|}{\sqrt{k^2+(-1)^2}} = 3$,

得 $k = \frac{5}{12}$,

当 l 的斜率不存在时也符合条件, 此时直线方程为 $x=-1$. 综上所述符合条件的 l 的方程为:

$x=-1$ 或 $y-3 = \frac{5}{12}(x+1)$, 即: $x+1=0$ 或 $5x-12y+41=0$

20. (1) 由已知得圆 C 的标准方程为 $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$.

圆心到直线的距离 $d = \frac{|-1+1-1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 又因为 $r = \sqrt{2}$, 所以 $d < r$, 直线和圆相交;
 (2)

设交点为 A 、 B , 则 $|AB| = 2\sqrt{r^2 - d^2}$, $|AB| = 2\sqrt{(\sqrt{2})^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{6}$

21. (1) 所求圆的标准方程为 $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 36$.

(2) $\because l_2 \parallel l_1$, \therefore 可设 l_2 的方程为 $x + y + c = 0$.

又 $\because l_2$ 截圆 M 的弦长为 4, \therefore 圆心到直线 l_2 的距离 $d = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$.

$\therefore \frac{|4-2+c|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 4\sqrt{2}$. 解得 $c = 6$ 或 $c = -10$. $\therefore l_2$ 的方程为 $x + y + 6 = 0$ 或 $x + y - 10 = 0$

22. (1) \because 圆心为 $(0, 2)$ \therefore 设圆为 $(x-0)^2 + (y-2)^2 = r^2$

\because 圆心与 1 相切 \therefore 圆心到 1 的距离 $d=r$

$$d = \frac{|0-2-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = 3\sqrt{2} = r, \therefore r^2 = 18, \text{ 即 } x^2 + (y-2)^2 = 18$$

(2) 弦长 $= 2\sqrt{r^2 - 2^2} = 2\sqrt{18 - 2^2} = 2\sqrt{14}$

23. (1) 在 $x + y + 1 = 0$ 中, 令 $y = 0$, 得 $x = -1$, 所以点 C 的坐标为 $(-1, 0)$, 圆的半径

$r = |MC| = \sqrt{(2+1)^2 + (4-0)^2} = 5$, \therefore 圆 C 的标准方程为 $(x+1)^2 + y^2 = 25$.

(2) 圆心 $C(-1, 0)$ 到直线 $x - y + 5 = 0$ 的距离 $d = \frac{|-1-0+5|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = 2\sqrt{2}$,

\therefore 弦长 $|AB| = 2\sqrt{25 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{17}$

24. (1) 因为焦点为(3,0), 所以 $p=6$, 故抛物线标准方程为 $y^2=12x$.

(2) 设 $M(x_0, y_0)$, 则 $y_0^2=12x_0$, 由已知得 $x_0 > 0$, $x_0 + \frac{p}{2} = 4$, $x_0 = 1$, $y_0 = \pm 2\sqrt{3}$.

所以 $M(1, 2\sqrt{3})$ 或 $M(1, -2\sqrt{3})$

25. (1) 由已知得 $2c=2\sqrt{2}$, $c=\sqrt{2}$, $e=\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{c}{a}$, $\therefore a=\sqrt{3}$, $b=1$. \therefore 所求椭圆的标准方

程为 $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$.

(2) 设直线 AB 的方程为 $y=k(x+2)$, 由 $\begin{cases} y=k(x+2) \\ \frac{x^2}{3} + y^2 = 1 \end{cases}$ 得

$$(1+3k^2)x^2 + 12k^2x + 12k^2 - 3 = 0. \quad \textcircled{1}$$

设 A, B 两点的坐标分别为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$, 则 x_1, x_2 是方程①的两个根, 所以

$$x_1 + x_2 = -\frac{12k^2}{1+3k^2},$$

又 \therefore 线段 AB 的中点坐标为 $(-\frac{1}{2}, y_0)$, $\therefore \frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{1}{2}$, $\therefore \frac{-12k^2}{1+3k^2} = -1$, 解得 $k = \pm \frac{1}{3}$.

当 $k = \frac{1}{3}$ 时, $y_0 = \frac{1}{3} \times (-\frac{1}{2} + 2) = \frac{1}{2}$, 当 $k = -\frac{1}{3}$ 时, $y_0 = -\frac{1}{3} \times (-\frac{1}{2} + 2) = -\frac{1}{2}$

专题七 立体几何

1-6 DDCDA C

7. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ 8. 3:2 9. $\frac{27\pi}{4}$ 10. $\frac{\sqrt{2}p}{6}$ 11. 3

12. (1) \because 正方体棱长为 6, $D'M = \frac{1}{2}MD$, $\therefore D'M = 2, MD = 4$. 联结 DB . $\because MD \perp$ 平面 $ABCD$, $\therefore \angle MBD$ 就是直线 BM 与平面 $ABCD$ 所成的角. 在 $Rt\triangle MBD$ 中, $MD = 4, DB = 6\sqrt{2}, \angle MDB = 90^\circ$, $\therefore \tan \angle MBD = \frac{MD}{DB} = \frac{4}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

(2) $MD' \perp$ 平面 $A'B'C'D'$, 三棱锥 $M-A'B'C'$ 的体积 $V_{M-A'B'C'} = \frac{1}{3} \times MD' \times S_{\triangle A'B'C'}$
 $= \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 12$

13. (1) 取 AB 的中点, 联结 PD 、 CD , $AC = BC$, D 是 AB 中点, 所以 $CD \perp AB$. 又 $PC \perp$ 面 ABC , 所以 $PD \perp AB$. 所以 $\angle PDC$ 是二面角 $P-AB-C$ 的平面角. 由已知得 $\angle BCD = 60^\circ$, 又在 $Rt\triangle BCD$ 中, $BC = 2$, 所以 $CD = 2 \cos \angle BCD = 2 \times \frac{1}{2} = 1$. 在 $Rt\triangle PCD$ 中, $\angle PCD = 90^\circ$, $CD = 1$, $PC = \sqrt{3}$, 所以 $\tan \angle PDC = \frac{PC}{DC} = \sqrt{3}$, $\angle PDC = 60^\circ$

(2) 在 $Rt\triangle BCD$ 中, $BD = BC \cdot \sin \angle BCD = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$, 所以 $AB = 2\sqrt{3}$,

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3}$, 所以 $V_{P-ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot PC = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 1$

14.

(1) ∵ SO 是圆锥的高

∴ $SO \perp OA$

∴ $\angle SOA = 90^\circ$, $SA = \sqrt{13}$, $OA = 2$

∴ $SO = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 2^2} = 3\text{cm}$

∴

$S_{\text{侧}} \text{面积} = \pi \cdot OA \cdot SA = \pi \times 2 \times \sqrt{13}$

$= 2\sqrt{13}\pi(\text{cm}^2)$

(2) 取 AC 中点 M , 连结 OM, SM ,

∵ $\triangle OAC$ 为正三角形, ∴ $OM \perp AC$

∵ $SA = SC$ ∴ $AC \perp SM$

∴ $\angle SMO$ 为二面角 $S - AC - O$ 的平面角,

$OA = OC = AC = 2\text{cm}$

∴ $OM = \sqrt{3}\text{cm}$

∴ $\tan \angle SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

∴ $\angle SMO = 60^\circ$

∴ 二面角 $S - AC - O$ 的大小为 60°

15. (1) 由已知得 $S_{\text{底}} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60^\circ = 4\sqrt{3}$, 即 BC 中点 G , 联结 PG , 则斜高

$PG = 2\sqrt{2}$, $S_{\text{侧}} = 3 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$, 所以, $S_{\text{全}} = 4\sqrt{3} + 12\sqrt{2}$.

(2) 联结 AG , $AG \cap EF = H$, 联结 DH , 由已知得 $\left. \begin{array}{l} BC \perp AG, BC \perp PG \\ BC \parallel EF \end{array} \right\} \Rightarrow EF \perp AH$,

$EF \perp DH$, 所以 $\angle DHA$ 是二面角 $D - EF - A$ 的平面角. 由已知得 $PG \parallel DH$, 故

$\angle DHA = \angle PGA$. 在 $\triangle PGA$ 中, 易知 $PG = 2\sqrt{2}$, $AG = 2\sqrt{3}$, $AP = 2\sqrt{3}$, 由余弦定

理得 $\cos \angle PGA = \frac{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{3})^2}{2 \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

所以 $\cos \angle DHA = \cos \angle PGA = \frac{\sqrt{6}}{6}$

16. 解: \because 是正四棱柱 $\therefore ABCD$ 是正方形 且 $A'A \perp$ 面 $ABCD$

(1) 易知 $CD \perp$ 面 $AA'D'D$, $A'D \subset$ 面 $AA'D'D$

所以 $A'D \perp CD$, 又知 $AD \perp CD$

所以 $\angle ADA'$ 即所求二面角

$$\text{在 } Rt\triangle A'DA \text{ 中, } \tan \angle A'DA = \frac{AA'}{AD} = \frac{2}{1} = 2$$

(2) 易知 $A'B' \perp$ 面 $BCC'B'$, 所以 $A'B'$ 即为高, 则 $V_{A'-BCC'B'} = \frac{1}{3} \times 2 \times 1 \times 1 = \frac{2}{3}$ ($V_{\text{锥}} = \frac{1}{3}Sh$)

(正棱柱: 底面是正多边形的直棱柱)

17. (1) $V_{\text{正方体}} = 1 \times 1 \times 1 = 1$, $V_{A_1-AB_1D_1} = V_{B-ACB_1} = V_{C_1-CD_1B_1} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times 1 = \frac{1}{6}$, 所以 $V = 1 - 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$.

(2) 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 取 AC 中点 E , 连接 DE, D_1E , 则 $D_1E \perp AC, DE \perp AC$, 所以 $\angle D_1ED$ 即为二面角 D_1-AC-D 的平面角, 在 $Rt\triangle D_1ED$ 中,

$$\angle D_1DE = 90^\circ, DD_1 = 1, DE = \frac{\sqrt{2}}{2}, D_1E = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

所以 $\cos \angle D_1ED = \frac{DE}{D_1E} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. 即二面角 D_1-AC-D 的平面角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

专题八 概率与统计

1-12 BDCBB DAACD DD